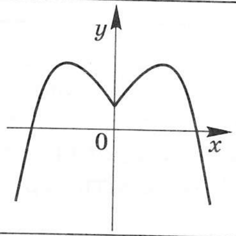
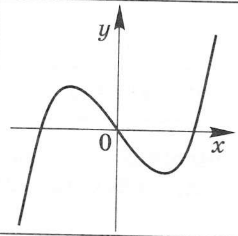
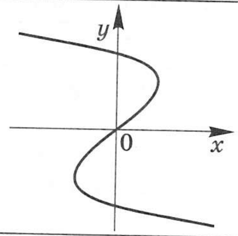
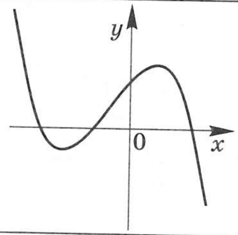
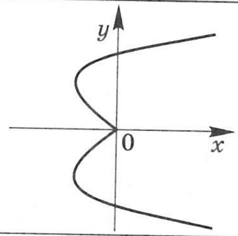
ТРЕНУВАЛЬНИЙ ТЕСТ № 3

Частина 1. ***Оберіть правильну, на вашу думку, відповідь.***

1. Укажіть число, яке МЕНШЕ за 1.

А	Б	В	Г	Д
0,(9)	$\cos 4\pi$	$\log_{0,2}(0,04)$	$\sqrt[100]{1,01}$	$\mathrm{ctg}\, 0,5\pi$

2. Укажіть графік непарної функції.

А	Б	В	Г	Д
				

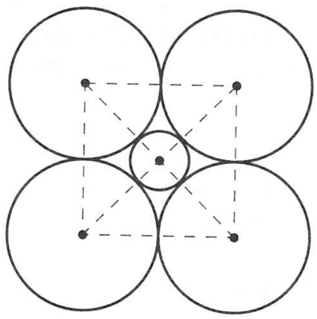
3. Укажіть рівняння, яке має ЄДИНИЙ корінь.

А	Б	В	Г	Д
$2^x = 0,1x$	$\sin x = 0,1x$	$\log_{0,5} x = 0,1x$	$x^4 - 1 = 0,1x$	$\sqrt{x} = 0,1x$

4. Швейна фабрика «Молодість» напередодні 1 вересня оголосила акційну 5 % знижку на шкільну форму. Сім'я Петренків вирішила скористатися такою привабливою пропозицією і придбала у фірмовому магазині цієї фабрики два комплекти шкільної форми. Загальна вартість придбаного товару зі знижкою становила 570 грн. Знайдіть вартість цього ж товару БЕЗ знижки.

А	Б	В	Г	Д
600 грн.	599 грн.	595 грн.	630 грн.	629 грн.

5. Дано чотири кола однакового радіуса R, які попарно дотикаються зовні. Знайдіть радіус r меншого кола, яке дотикається до всіх чотирьох більших кіл так, як показано на малюнку.



А	Б	В	Г	Д
$r = \frac{R}{2\sqrt{2}}$	$r = R(2 - \sqrt{2})$	$r = R(\sqrt{2} - 1)$	$r = R(\sqrt{3} - \sqrt{2})$	$r = \frac{R}{\sqrt{2}}$

6. Розв'яжіть нерівність $\frac{1}{y^2} > 1$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$	$(-\infty; -1) \cup (0; 1)$	$(-1; 0) \cup (0; 1)$	$(-1; 0) \cup (1; +\infty)$	$(-1; 1)$

7. Два автомобілі почали рухатися з однієї точки по прямій одночасно в одному напрямі. Перший автомобіль рухався зі швидкістю $v_1 = 3t$ (м/с), а другий – зі швидкістю $v_2 = 2,5t$ (м/с). Яка відстань буде між автомобілями через 10 с після початку руху?

А	Б	В	Г	Д
5 м	10 м	15 м	20 м	25 м

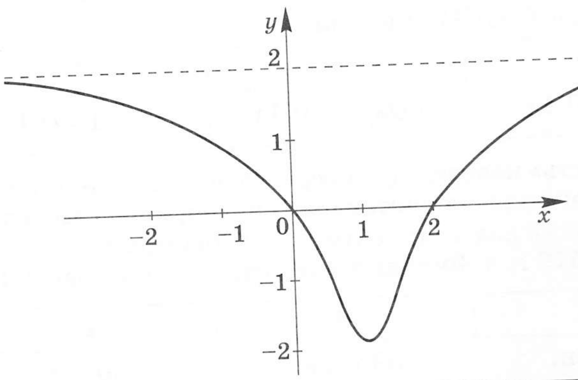
8. Знайдіть НАЙМЕНШИЙ ДОДАТНИЙ корінь рівняння $\mathrm{tg}\frac{\pi}{6}\cdot\mathrm{tg}\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=1$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	інша відповідь

9. Який із наведених виразів є квадратом двочлена?

А	Б	В	Г	Д
a^2+4b^2	a^2-4b^2	a^2+4b^2-2ab	a^2+4b^2+4ab	a^2-4b^2-4ab

10. На малюнку зображено графік функції $y=f(x)$, яка монотонно зростає на проміжку $(1;+\infty)$ і монотонно спадає на проміжку $(-\infty;1)$, а $y=2$ – її горизонтальна асимптота. Розв'яжіть нерівність $\log_2 f(x)<1$.



А	Б	В	Г	Д
$(-\infty;+\infty)$	$(-\infty;0)$	$(2;+\infty)$	$(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$	$(0;2)$

11. О 16^{00} стрілки годинника, який ІДЕ ПРАВИЛЬНО, утворюють кут 120°. Скільки ще разів до завершення доби (до 24^{00}) стрілки цього годинника утворять цей кут?

А	Б	В	Г	Д
10 разів	11 разів	12 разів	14 разів	16 разів

12. Яке із наведених перетворень потрібно виконати над графіком функції $y=\sin(-2x)$, щоб отримати графік функції $y=\sin\left(-2x+\frac{\pi}{4}\right)$?

А	Б	В	Г	Д
паралельне перенесення на $\frac{\pi}{8}$ одиниць управо	паралельне перенесення на $\frac{\pi}{4}$ одиниць управо	паралельне перенесення на $\frac{\pi}{4}$ одиниць угору	паралельне перенесення на $\frac{\pi}{4}$ одиниць уліво	паралельне перенесення на $\frac{\pi}{8}$ одиниць уліво

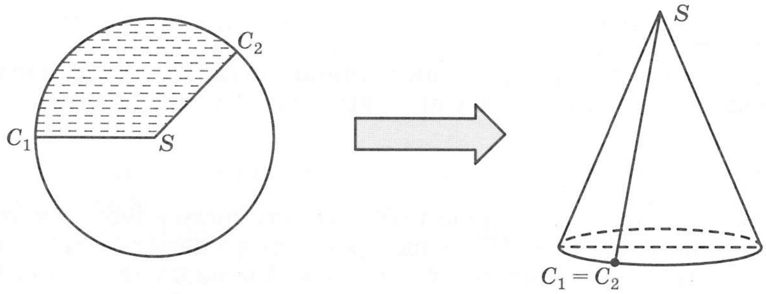
13. Скільки ЦІЛИХ коренів має рівняння $\sqrt{3-x}+\sqrt[8]{x+2}=3$?

А	Б	В	Г	Д
жодного	один	два	три	більше трьох

14. Футболіст Кіндрат Бабайкін є штатним пенальтистом своєї команди, тому він щодня (навіть у неділю!) тренується пробивати пенальті. Кожну неділю він виконує 20 пенальті, а кожного наступного дня збільшує кількість ударів на 10. Скільки 11-метрових штрафних ударів (пенальті) пробиває Кіндрат протягом тижня (з неділі по суботу включно)?

А	Б	В	Г	Д
240	280	300	350	360

15. Із паперового круга радіуса 12 см вирізали сектор із центральним кутом 120° і згорнули його у формі конуса (див. мал.: сектор, який згортали, заштриховано). Знайдіть радіус основи цього конуса.



А	Б	В	Г	Д
3 см	$2\sqrt{3}$ см	4 см	$4\sqrt{2}$ см	6 см

16. Який із наведених проміжків ПОВНІСТЮ міститься у множині розв'язків нерівності $\sqrt{4-x} < 3$?

А	Б	В	Г	Д
[–5; –1]	[–6; 0]	[4; 9]	[3; 5]	[1; 4]

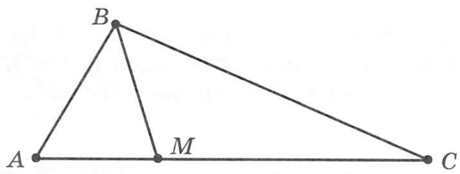
17. П'ятирічна Тетянка знайшла у старому маминому зошиті з математики нерозбірливий запис: «Число 4*2 ділиться і на 3, і на 4» (цифра, яка мала би бути замість зірочки, стерлася). Допоможіть Тетянці дізнатися, яка цифра із наведених МОЖЕ стояти на місці зірочки.

А	Б	В	Г	Д
0	3	5	7	8

18. Дано трикутник з вершинами в точках $K(2; 7)$, $L(-2; 3)$, $M(2; -1)$. Знайдіть довжину медіани LS.

А	Б	В	Г	Д
3	$3\sqrt{2}$	$2\sqrt{3}$	4	$4\sqrt{2}$

19. Дано трикутник ABC, BM – бісектриса. Знайдіть градусну міру кута ABC, якщо $\angle A = 60°$, а $\angle BMC = 110°$.



А	Б	В	Г	Д
90°	95°	100°	105°	110°

20. Після проведення усного екзамену з історії у п'яти випадково вибраних учнів запитали про їхню оцінку з цього іспиту за 12-бальною шкалою. Результати опитування були наступними: 10 балів, 4 бали, 11 балів, 6 балів, 9 балів. Знайдіть медіану цієї вибірки.

А	Б	В	Г	Д
11 балів	9 балів	8 балів	6 балів	4 бали

Частина 2. *Запишіть відповідь ДЕСЯТКОВИМ ДРОБОМ.*

21. Знайдіть значення виразу $\frac{1}{1+\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}-\frac{1}{2+\sqrt{3}}$.

Відповідь: ______________________

22. Знайдіть НАЙБІЛЬШЕ значення функції $y=\frac{9}{x^2+4x+8}$.

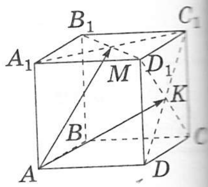
Відповідь: ______________________

23. Знайдіть усі значення параметра a, при яких рівняння $||x-1|-4|=a^4$ має тільки три корені. Якщо таке значення одне, то запишіть його у відповідь; якщо таких значень кілька, то запишіть у відповідь їх ДОБУТОК.

Відповідь: ______________________

24. За статистичними даними, які є у керівництва туристичного клубу «Екстремал», під час подорожі пустелею вода з каністр фірми «BUCO» випаровується з певною сталою швидкістю. За цими самими даними групі з трьох осіб вистачає води із однієї повної каністри «BUCO» на 16 днів, а групі із п'яти осіб вистачає води із такої самої повної каністри на 10 днів. Скільки каністр «BUCO» потрібно для спорядження туристичної групи із 14 осіб у подорож по пустелі тривалістю 20 днів?

Відповідь: ______________________

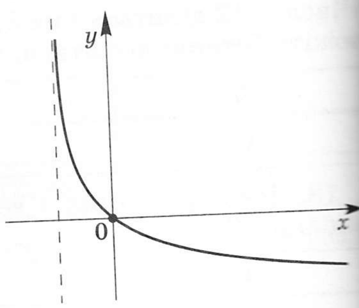


25. Дано куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Точка K – центр (точка перетину діагоналей) грані DD_1C_1C, а точка M – центр грані $A_1B_1C_1D_1$ (див. мал.). Знайдіть косинус кута між векторами $\overrightarrow{AK}$ і $\overrightarrow{AM}$. Відповідь округліть до сотих. (*Вказівка*: для розв'язування задачі використайте метод координат.)

Відповідь: ______________________

26. Розв'яжіть нерівність $\left(\sin\frac{\pi}{3}\right)^{\log_{\sin\frac{\pi}{3}}(x^2-x)}\leqslant\left(\sin\frac{\pi}{3}\right)^{\log_{\sin\frac{\pi}{3}}(x+8)}$. У відповідь запишіть КІЛЬКІСТЬ цілих розв'язків цієї нерівності.

Відповідь: ______________________



27. На малюнку зображено ескіз графіка функції $y=\log_a(x-b)$. Яких значень МОЖУТЬ набувати параметри a і b? У відповідь запишіть НОМЕР правильного варіанта із наведених нижче.

1) $\begin{cases}0<a<1,\\ b>0;\end{cases}$ 2) $\begin{cases}0<a<1,\\ b=0;\end{cases}$ 3) $\begin{cases}0<a<1,\\ b<0;\end{cases}$ 4) $\begin{cases}a>1,\\ b>0;\end{cases}$ 5) $\begin{cases}a>1,\\ b=0;\end{cases}$ 6) $\begin{cases}a>1,\\ b<0.\end{cases}$

Відповідь: ______________________

28. Дано правильний 12-кутник, навколо якого описано коло і в який вписано коло. Знайдіть периметр цього 12-кутника (у см), якщо площа кільця, утвореного вписаним і описаним колами, дорівнює 9π см^2.

Відповідь: ______________________ см.

29. Основою піраміди є чотирикутник, у який можна вписати коло. Центр цього кола є основою висоти піраміди. Знайдіть повну поверхню піраміди (у см^2), якщо її висота дорівнює 3 см, радіус вписаного в основу кола – 4 см, а площа основи – 60 см^2.

Відповідь: ______________________ см^2.

30. Знайдіть градусну міру кута $\alpha+\beta$, коли відомо, що $\operatorname{tg}\alpha=\frac{4}{3}$, $\operatorname{ctg}\beta=\frac{1}{7}$, $0<\alpha<90°$, $0<\beta<90°$.

Відповідь: ______________________ градусів.

31. Розв'яжіть рівняння $\log_9(2+\cos x)=\log_3\left(\sqrt{2}\sin x\right)$. У відповідь запишіть КІЛЬКІСТЬ коренів цього рівняння, які належать відрізку $[-2\pi;\ 2\pi]$.

Відповідь: ______________________

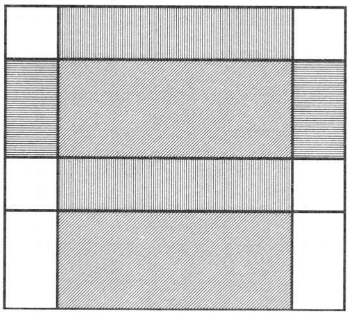
32. Скільки існує пар чисел $(x_0;\ y_0)$, $x_0\in Z$, $y_0\in Z$, які задовольняють систему нерівностей

$$\begin{cases}x-2y\leqslant 2,\\ x+2y\leqslant 2,\\ x\geqslant -1?\end{cases}$$

Відповідь: ______________________

33. Знайдіть площу фігури, обмеженої графіком функції $y=\sqrt{2-(x-1)^2}-1$ і осями координат. Відповідь округліть до сотих, скориставшись, у разі необхідності, наближеними рівностями: $\sqrt{2}\approx 1{,}41$, $\sqrt{3}\approx 1{,}73$, $\pi\approx 3{,}14$.

Відповідь: ____________________



34. Знайко вирішив із квадратного аркуша картону зі стороною 90 см виготовити коробку з кришкою НАЙБІЛЬШОГО ОБ'ЄМУ. Знайдіть об'єм цієї коробки у літрах. Для розв'язання задачі можете використати схему, яку Знайко накреслив під час роботи (див. мал.).

Відповідь: ____________________ л.

35. Два надзвичайно пунктуальних джентльмени Джон та Ендрю домовилися зустрітися протягом 5 хв біля Біг Бена. За королівським етикетом кожен із них чекає іншого тільки 3 хв, після чого йде. Знайдіть імовірність того, що Джон та Ендрю зустрінуться, якщо кожен із них час свого приходу обирає навмання.

Відповідь: ____________________

Частина 3. ***Розв'язання завдань обґрунтуйте. У разі необхідності проілюструйте виконання таблицями, діаграмами або графіками.***

36. Дано правильну трикутну піраміду $SABC$, причому точка S є вершиною, а трикутник ABC – основою піраміди. Нехай сторона основи піраміди дорівнює a, а бічне ребро дорівнює $2a$. Через сторону основи AC проведено переріз AKC НАЙМЕНШОЇ ПЛОЩІ (точка K належить ребру SB). Знайдіть:

а) відношення $SK : KB$;

б) площу перерізу;

в) кут φ між площиною перерізу і площиною основи піраміди.

37. Побудуйте графік функції $y=\dfrac{\sqrt[3]{x^9}-x\sqrt{x^2}}{x}$.

38. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} x^2+y^2=4, \\ |ax|+|y|=2. \end{cases}$

Математика