

Варіант 8

Частина 1

Завдання 1—20 мають по п'ять варіантів відповідей, із яких тільки одна відповідь є правильною. Виберіть правильну, на ваш погляд, відповідь і позначте її в бланку відповідей.

1. Розв'яжіть нерівність $3x > x^2$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 0)$	$(0; 3)$	$(3; +\infty)$	$(-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$	Інша відповідь

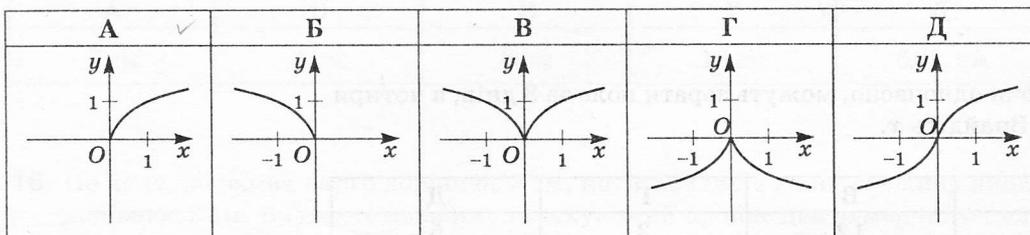
2. Розв'яжіть рівняння $\log_{\sqrt{3}}(\sqrt{x+1}) = -2$.

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	Немає розв'язків

3. Обчисліть значення виразу $\sqrt[3]{2-\sqrt{3}} \cdot \sqrt{7+4\sqrt{3}}$.

А	Б	В	Г	Д
1	2	3	4	Інша відповідь

4. Серед наведених графіків зазначте графік функції $y = x^{\frac{2}{3}}$.



5. Знайдіть значення $\cos \frac{\alpha}{2}$, якщо $\sin \alpha = -\frac{8}{17}$ ($\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$).

А	Б	В	Г	Д
$\frac{16}{\sqrt{17}}$	$-\frac{4}{\sqrt{17}}$	$\frac{4}{\sqrt{17}}$	$-\frac{1}{\sqrt{17}}$	$\frac{1}{\sqrt{17}}$

6. У класі 30 учнів, із яких 16 — дівчата. Яка ймовірність того, що першим у клас увійде хлопець?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{7}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{3}{16}$	Інша відповідь

7. Знайдіть значення похідної функції $f(x) = \frac{\cos x}{1 + \sin x}$ у точці $x_0 = \frac{\pi}{2}$.

А	Б	В	Г	Д
0	0,5	2	-2	-0,5

8. Розв'яжіть рівняння $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \sin \frac{\pi}{2} = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$.

А	Б	В	Г	Д
$\pm \frac{\pi}{3} + \pi k,$ $k \in \mathbb{Z}$	$\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k,$ $k \in \mathbb{Z}$	$(-1)^k \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k,$ $k \in \mathbb{Z}$	$\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k,$ $k \in \mathbb{Z}$	Розв'язків немає

9. Знайдіть значення виразу $\arcsin\left(\sin \frac{5\pi}{4}\right)$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{6}$	$-\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{4}$

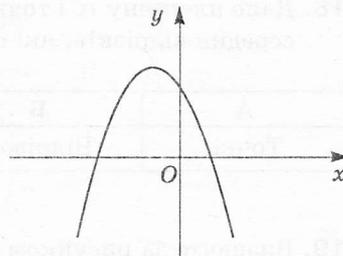
10. Три трактори, працюючи одночасно, можуть зорати поле за 8 днів, а чотири трактори — за x днів. Знайдіть x .

А	Б	В	Г	Д
6	10	12	3	5

11. Обчисліть значення виразу $7,5 \cdot 10^4 + 1,3 \cdot 10^3$.

А	Б	В	Г	Д
76 300	763 000	88 000	8800	880 000

12. За ескізом графіка функції $y = ax^2 + bx + c$ (див. рисунок) визначте знаки параметрів a , b , c . У відповіді зазначте номер правильного варіанта з наведених нижче.



А	Б	В	Г	Д
$\begin{cases} a > 0, \\ b > 0, \\ c > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} a > 0, \\ b < 0, \\ c < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} a < 0, \\ b < 0, \\ c < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} a < 0, \\ b > 0, \\ c > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} a < 0, \\ b < 0, \\ c > 0 \end{cases}$

13. Обчисліть $\log_3 5 \cdot \log_5 27$.

А	Б	В	Г	Д
1,5	3	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

14. Скільки різних чотирицифрових чисел можна скласти з цифр 0, 1, 2, якщо в записі кожного із цих чисел та сама цифра може повторюватися декілька разів?

А	Б	В	Г	Д
54	81	24	36	6

15. Визначте відстань від вершини A куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ до площини $BDD_1 B_1$, якщо ребро куба дорівнює $6\sqrt{2}$ см.

А	Б	В	Г	Д
7 см	4 см	6 см	12 см	$6\sqrt{2}$ см

16. По колу, довжина якого дорівнює 3 см, котиться інше коло, довжина якого дорівнює 2 см. Визначте довжину шляху, який пройде центр меншого кола за один повний оберт навколо більшого кола.

А	Б	В	Г	Д
4 см	5 см	6 см	2π см	$2,5\pi$ см

17. Укажіть рівняння кола з центром у точці $A(5; 0)$ і радіусом 3.

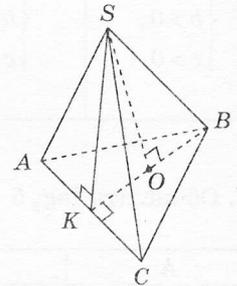
А	Б	В	Г	Д
$(x+5)^2 + y^2 = 9$	$(x-5)^2 + y^2 = 9$	$(x+5)^2 + y^2 = 3$	$x^2 + (y-5)^2 = 9$	$x^2 + (y+5)^2 = 9$

18. Дано площину α і точку A , що не належить площині α . Геометричне місце середин відрізків, які сполучають точку A з точками площини α , — це:

А	Б	В	Г	Д
Точка	Відрізок	Пряма	Площина	Многокутник

19. Визначте за рисунком кут нахилу бічного ребра SB піраміди $ABCS$ до площини основи ABC .

А	Б	В	Г	Д
$\angle SBC$	$\angle SBA$	$\angle SKO$	$\angle ABC$	$\angle SBO$



20. Знайдіть площу бічної поверхні правильної трикутної призми, у якої висота дорівнює стороні основи — 2 см.

А	Б	В	Г	Д
2 см ²	12 см ²	4 см ²	24 см ²	$2\sqrt{3} + 12$ см ²

Частина 2

У завданнях 21—30 впишіть відповідь і перенесіть її в бланк відповідей.

21. Собівартість продукції спочатку зросла на 10%, а потім зменшилася на 20%. На скільки відсотків зменшилася собівартість продукції?

Відповідь: _____

22. Зазначте кількість розв'язків рівняння $2 \sin 5x \cos 6x + \sin x = 2 \sin 7x \cos 4x$ на проміжку $[0; \pi]$.

Відповідь: _____

23. Розв'яжіть рівняння $2x^2 - 5\sqrt{2x^2 + 3x + 9} + 3x + 3 = 0$. Якщо рівняння має декілька коренів, у відповідь запишіть їхню суму.

Відповідь: _____

24. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями $y = \sin x$, $y = -\sin x$, $x = 0$, $x = \frac{3\pi}{2}$.

Відповідь: _____

25. Яка ймовірність, граючи «у дурня», одержати під час роздавання карт два тузи будь-якої масті?

Відповідь: _____

26. Радіус кола, вписаного в прямокутну трапецію, дорівнює 4 см. Знайдіть периметр цієї трапеції, якщо її менша основа дорівнює 6 см.

Відповідь: _____

27. Дано чотири точки: $A(0; 1; 1)$, $B(1; 1; 2)$, $C(0; -2; 2)$, $D(2; -3; 1)$.

Знайдіть градусну міру кута між векторами \overline{BC} і \overline{AD} .

Відповідь: _____

28. Осьовим перерізом конуса є рівносторонній трикутник. Знайдіть діаметр основи (у см), якщо площа повної поверхні конуса дорівнює 363π см².

Відповідь: _____

29*. Розв'яжіть рівняння $\log_{\frac{1}{2}} \sin x = 2 \log_{\frac{1}{4}} (-\cos x)$, якщо $x \in [0; 2\pi]$. При розв'язуванні прийміть $\pi \approx 3$.

Відповідь: _____

30*. Знайдіть усі значення параметра a , при яких рівняння $-2x^2 + 5x - 3 = a$ має єдиний корінь. Якщо значень a кілька, то у відповідь запишіть їхню суму.

Відповідь: _____

Частина 3

Розв'язання до завдань 31—33 повинні містити повне пояснення, записане у вигляді послідовних логічних дій, із посиланням на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо це необхідно, виконайте креслення або побудуйте графік.

31. У трикутній піраміді $ABCD$ довжини всіх ребер рівні. Точка M лежить поза пірамідою, причому $MD = \frac{1}{5} \sqrt{\frac{2}{3}}$; $MA = MC = MB = \sqrt{\frac{97}{75}}$. Обчисліть об'єм цієї піраміди.

32. Побудуйте графік функції $y = \sqrt{6+x} - 4\sqrt{x+2} + \sqrt{x+2}$.

33*. Розв'яжіть рівняння $x = a + \sqrt{a + \sqrt{x}}$.