

Варіант 7

Частина 1

Завдання 1—20 мають по п'ять варіантів відповідей, із яких тільки одна відповідь є правильною. Виберіть правильну, на ваш погляд, відповідь і позначте її в бланку відповідей.

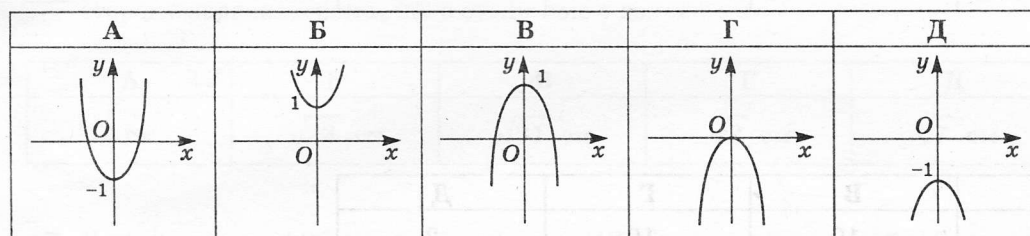
1. Знайдіть область визначення функції $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x^2+2x+1}$.

А	Б	В	Г	Д
$[-2; +\infty)$	$(-2; -1) \cup (-1; +\infty)$	$[-2; -1) \cup (-1; +\infty)$	$(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$	Інша відповідь

2. Обчисліть $\sin 2\alpha$, якщо $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{2}{3}$.

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{4}{13}$	$\frac{12}{13}$	$-\frac{12}{13}$

3. Серед наведених графіків зазначте графік функції $y = -x^2 + 1$.



4. Обчисліть $\sqrt[4]{0,0001} \cdot \sqrt[3]{125} \cdot \sqrt[5]{1024}$.

А	Б	В	Г	Д
5	4	3	2	1

5. Розв'яжіть рівняння $\lg \lg \log_3 x = 0$.

А	Б	В	Г	Д
0	1	3^{10}	10^{10}	10^3

6. Учасники жеребкування витягають із ящика жетони з номерами від 1 до 50. Знайдіть імовірність того, що номер першого з витягнутих жетонів не містить цифру 8.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{5}$	$\frac{8}{50}$	$\frac{42}{50}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{9}{10}$

7. Спростіть вираз $\frac{a+b}{\frac{a}{b} - \frac{b}{a}}$.

А	Б	В ✓	Г	Д
$\frac{ab}{a+b}$	$\frac{a-b}{ab}$	$\frac{ab}{a-b}$	$\frac{a+b}{ab}$	Інша відповідь

8. Знайдіть похідну функції $f(x) = (2x+1)^4$.

А	Б	В	Г ✓	Д
$4(2x+1)^3$	$8(2x+1)$	$8x(2x+1)^3$	$8(2x+1)^3$	$\frac{(2x+1)^3}{4}$

9. Обчисліть площу фігури, обмеженої лініями $y = 1 - x^2$ і $y = 0$.

А	Б ✓	В	Г	Д
$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{8}{3}$	1	$\frac{1}{3}$

10. Обчисліть $1\frac{1}{3} + 2\frac{1}{7}$.

А	Б	В ✓	Г	Д
$3\frac{1}{10}$	$3\frac{1}{5}$	$3\frac{10}{21}$	$1\frac{10}{21}$	$3\frac{2}{21}$

11. Укажіть моду варіаційного ряду 1; 1; 1; 1; 8; 9; 9; 12; 12; 15.

А	Б	В	Г	Д ✓
1	8	8,5	9	12

12. Зазначте найбільший цілий від'ємний розв'язок нерівності $\log_{\frac{1}{3}} \frac{3x-1}{x+2} < 1$.

А	Б	В	Г ✓	Д
-1	-2	-4	-3	-5

13. Знайдіть значення x , при яких послідовність $x+1$, $3x$, $6x$ є геометричною прогресією.

А ✓	Б	В	Г	Д
2	0 і 2	-1	0	$\frac{1}{2}$

14. Обчисліть $\frac{4^5 \cdot 8^{11}}{2^{40}}$.

А	Б	В	Г	Д ✓
1	32^8	4^7	2	8

15. Скільки діагоналей має опуклий 12-кутник?

А	Б	В	Г	Д
54	36	24	12	9

16. Сторона паралелограма дорівнює 1 см, а його діагоналі — 3 і 5 см. Знайдіть сторону паралелограма, що є суміжною з даною.

А ✓	Б	В	Г	Д
4 см	$\sqrt{33}$ см	$\sqrt{31}$ см	$\sqrt{3}$ см	$\sqrt{7}$ см

17. У трикутнику ABC проведена пряма NK , паралельна прямій AC , причому точка N належить відрізку AB , а точка K — відрізку BC . Знайдіть NK , якщо $AC=8$, $NB=3$, $AN=5$.

А	Б	В	Г	Д
4	5	4,8	3	$\frac{40}{3}$

18. Точки A і B задано координатами. Зазначте випадок, коли середина відрізка AB лежить на площині xOy .

А ✓	Б	В	Г	Д
$A(1; 2; 4)$, $B(3; 2; -4)$	$A(2; 5; 6)$, $B(2; 3; 2)$	$A(0; 6; -8)$, $B(2; 0; 4)$	$A(10; -12; 0)$, $B(0; 12; 4)$	$A(2; 2; 5)$, $B(-2; -2; 3)$

19. У правильній чотирикутній піраміді бічне ребро, довжина якого дорівнює a , утворює з площиною основи кут 45° . Знайдіть площу бічної поверхні цієї піраміди.

А	Б	В	Г	Д
$2a^2$	$\frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$	$a^2\sqrt{3}$	$a^2(1+\sqrt{3})$	Інша відповідь

20. Осьовим перерізом конуса є правильний трикутник, периметр якого дорівнює 36 см. Обчисліть площу основи конуса.

А	Б	В	Г	Д
$36\pi \text{ см}^2$	$108\pi \text{ см}^2$	$144\pi \text{ см}^2$	81 см^2	72 см^2

Частина 2

У завданнях 21—30 впишіть відповідь і перенесіть її в бланк відповідей.

21. Знайдіть кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції $f(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$ у точці перетину цього графіка з віссю абсцис.

Відповідь: _____

22. У сплаві міді й олова масою 12 кг міститься 45% міді. Скільки олова (у кг) потрібно додати до цього сплаву, щоб у ньому було 40% міді?

Відповідь: _____

23. Зазначте кількість розв'язків рівняння $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{5}{8}$ на проміжку $[0; \pi]$.

Відповідь: _____

24. Розв'яжіть рівняння $(9^x)^{x+1} \cdot \sqrt{27^{x-3}} = 3$. Якщо рівняння має декілька коренів, у відповідь запишіть їхню суму.

Відповідь: _____

25. Скількома способами можна скласти букет із трьох троянд, до якого входять дві червоні й одна біла троянди, якщо квіти для букета вибирають із шістьох білих та сімох червоних троянд?

Відповідь: _____

26. Периметр прямокутного трикутника дорівнює 24 см, а радіус вписаного кола — 2 см. Знайдіть радіус кола, описаного навколо трикутника, у см.

Відповідь: _____

27. Площі основ зрізаного конуса дорівнюють 4 м^2 і 16 м^2 . Через середину висоти цього конуса паралельно його основі проведено площину. Знайдіть площу перерізу, у м^2 .

Відповідь: _____

28. Відношення об'ємів двох куль дорівнює 8. Знайдіть відношення площ поверхні цих куль.

Відповідь: _____

29*. Знайдіть найменше значення виразу $x_1^2 + x_2^2$, якщо x_1 і x_2 — корені рівняння $x^2 - ax + 2a - 3 = 0$.

Відповідь: _____

30*. Розв'яжіть нерівність $\log_x 1 < -1$. Якщо нерівність має розв'язки, у відповідь запишіть найбільший цілий розв'язок.

Відповідь: _____

Частина 3

Розв'язання до завдань 31—33 повинні містити повне пояснення, записане у вигляді послідовних логічних дій, із посиланням на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо це необхідно, виконайте креслення або побудуйте графік.

31. У коло вписано чотирикутник $ABCD$, діагоналі якого взаємно перпендикулярні й перетинаються в точці E . Пряма, що проходить через точку E і перпендикулярна до AB , перетинає сторону CD у точці M . Доведіть, що EM — медіана трикутника CED , і знайдіть її довжину, якщо $AD = 8$, $AB = 4$ і $\angle CDB = \alpha$.

32. Розв'яжіть нерівність $(3k-1)x^2 - 2(2k-1)x + 2k-1 > 0$.

33*. Побудуйте графік функції $y = \frac{\sqrt{x^2}}{x} \arcsin \sqrt{x^2}$.