Варіант 2

Частина 1

Завдання 1—20 мають по п'ять варіантів відповідей, із яких тільки одна відповідь є правильною. Виберіть правильну, на ваш погляд, відповідь і позначте її в бланку відповідей.

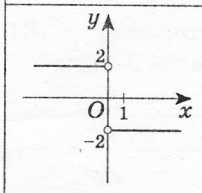
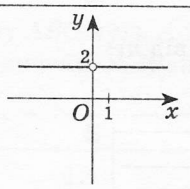
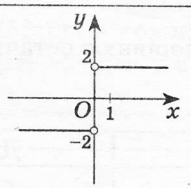
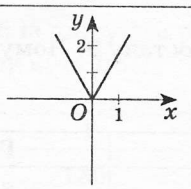
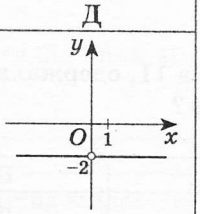
1. Знайдіть відношення $\frac{x}{y}$, якщо $12x = 25z$ і $8y = 15z$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{32}{125}$	$\frac{125}{32}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{9}{10}$

2. Спростіть вираз $\frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}$.

А	Б	В	Г	Д
$\sin 2\alpha$	$\cos 2\alpha$	$\operatorname{tg} 2\alpha$	$\sin^2\alpha$	$\cos^2\alpha$

3. Серед наведених графіків зазначте графік функції $y = \frac{2x}{|x|}$.

А	Б	В	Г	Д
				

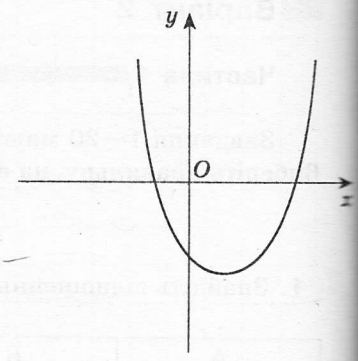
4. Розв'яжіть рівняння $\left(\frac{1}{3}\right)^x \cdot \left(\frac{81}{8}\right)^x = \left(\frac{2}{3}\right)^3$.

А	Б	В	Г	Д
-1	1	3	0	-3

5. Розв'яжіть нерівність $\log_{\frac{1}{3}} x < \log_{\frac{1}{3}} x^2$.

А	Б	В	Г	Д
$(0;\ +\infty)$	$(-\infty;\ +\infty)$	$(-\infty;\ 0)\cup(1;\ +\infty)$	$(1;\ +\infty)$	$(0;\ 1)$

6. На рисунку схематично зображено графік функції $y=ax^2+bx+c$. Визначте знаки коефіцієнтів a, b, c. Зазначте правильне твердження з наведених нижче.



А	Б	В	Г	Д
$\begin{cases} a>0, \\ b>0, \\ c>0 \end{cases}$	$\begin{cases} a>0, \\ b>0, \\ c<0 \end{cases}$	$\begin{cases} a>0, \\ b<0, \\ c<0 \end{cases}$	$\begin{cases} a>0, \\ b<0, \\ c>0 \end{cases}$	$\begin{cases} a<0, \\ b>0, \\ c<0 \end{cases}$

7. Скількома способами можна вибрати 3 олівці й 2 ручки із 7 різних олівців і 6 різних ручок?

А	Б	В	Г	Д
240	12	50	525	6300

8. Обчисліть $3\frac{5}{7}+\frac{3}{22}+\frac{2}{7}+\frac{19}{22}$.

А	Б	В	Г	Д
$4\frac{21}{22}$	4	5	$4\frac{6}{7}$	Інша відповідь

9. Поділивши число p на 11, одержали остачу 9. Чому дорівнює остача від ділення на 11 числа $2p$?

А	Б	В	Г	Д
18	7	8	6	5

10. Знайдіть значення добутку $N\cdot M$, якщо $N=\log_{\sqrt{2}}\frac{1}{2}$; $M=\log_{\frac{1}{5}}\sqrt{5}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{4}$	-1	1	-4	4

11. Розв'яжіть рівняння $8^{1+|x|}=1$.

А	Б	В	Г	Д
Рівняння роз'язків не має	0	-1	1	Інша відповідь

12. Знайдіть значення похідної функції $y=5^{-\frac{1}{x}}$ у точці $x_0=-1$.

А	Б	В	Г	Д
$-5\ln 5$	$\frac{\ln 5}{5}$	$5\ln 5$	$\frac{1}{5}$	Інша відповідь

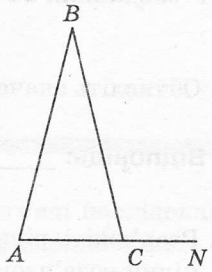
13. Першу третину шляху автомобіль їхав зі швидкістю 40 км/год, решту шляху — зі швидкістю 70 км/год. Знайдіть середню швидкість автомобіля (у *км/год*) на всьому шляху слідування.

А	Б	В	Г	Д
60	55	56	50	45

14. Група студентів із 12 осіб складала іспит з математики. Знання оцінювалися по п'ятибальній системі. Оцінки, отримані студентами відповідно до списку студентів групи, такі: 5, 4, 4, 3, 4, 2, 2, 5, 5, 3, 3, 4. Знайдіть медіану цього розподілу.

А	Б	В	Г	Д
3	3,5	4	4,5	5

15. У трикутнику ABC кути A і C рівні й кожний із них у два рази більший від кута B (див. рисунок). Знайдіть градусну міру кута BCN.



А	Б	В	Г	Д
108°	120°	110°	130°	Інша відповідь

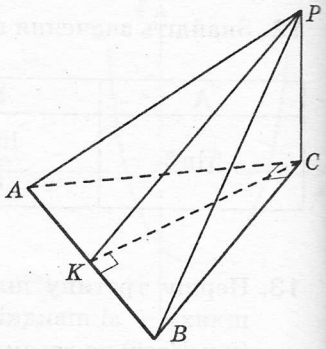
16. Площа рівностороннього трикутника дорівнює $16\sqrt{3}$ см^2. Знайдіть висоту цього трикутника.

А	Б	В	Г	Д
4 см	8 см	$2\sqrt{6}$ см	$8\sqrt{3}$ см	$4\sqrt{3}$ см

17. Площа рівнобічної трапеції, діагональ якої 2 см, дорівнює $\sqrt{3}$ см^2. Знайдіть градусну міру кута між діагоналями трапеції.

А	Б	В	Г	Д
30°	45°	60°	90°	0°

18. Зазначте лінійний кут двогранного кута з ребром AB, якщо $PC \perp (ABC)$, $\angle ACB = 90°$, $CK \perp AB$ (див. рисунок).



А	Б	В	Г	Д
$\angle PKC$	$\angle PAC$	$\angle PBC$	$\angle PCK$	$\angle KPC$

19. Скільки всього ребер має піраміда, основою якої є семикутник?

А	Б	В	Г	Д
10	7	14	12	13

20. Знайдіть кут між ребром A_1D_1 і діагоналлю BD куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$.

А	Б	В	Г	Д
45°	90°	30°	60°	Неможливо визначити

Частина 2

У завданнях 21—30 впишіть відповідь і перенесіть її в бланк відповідей.

21. Обчисліть значення виразу $\dfrac{\sqrt{8-2\sqrt{15}}}{\left(\sqrt[4]{5}+\sqrt[4]{3}\right)\left(\sqrt[4]{5}-\sqrt[4]{3}\right)}$.

Відповідь: _____

22. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{3x^2-2x+15}+\sqrt{3x^2-2x+8}=7$. У відповідь запишіть цілий розв'язок рівняння.

Відповідь: _____

23. Розв'яжіть рівняння $\sin^2 6x+\sin^2 3x=0$. У відповідь запишіть кількість розв'язків рівняння на проміжку $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$.

Відповідь: _____

24. Змішали 2 л 3 %-го розчину солі й 3 л 5 %-го розчину солі. Обчисліть відсотковий вміст солі в утвореній суміші.

Відповідь: _____

25. У порожню циліндричну посудину з радіусом основи 18 см налили воду. У воду повністю занурили кулю радіуса 9 см. На скільки сантиметрів піднялася у посудині вода (відомо, що вода через край не перелилася)?

Відповідь: _____

26. Розв'яжіть рівняння $f'(x)=g'(x)$, якщо $f(x)=\dfrac{x^3+2}{x}$, $g(x)=6x+\dfrac{2}{x}$.

Відповідь: _____

27. Між чотирма гравцями в доміно націло розподіляється 28 кісточок. Скількома способами (N) можна розподілити кісточки доміно? У відповідь запишіть $N:10^9$ і округліть до одиниць.

Відповідь: _____

28. Бічне ребро правильної трикутної піраміди дорівнює 8 см і утворює з площиною основи піраміди кут $60°$. Знайдіть площу бічної поверхні піраміди $S_{\text{біч}}$, у $см^2$. У відповідь запишіть значення $\dfrac{S_{\text{біч}}}{\sqrt{39}}$.

Відповідь: _____

29*. Знайдіть усі значення параметра a, при яких система рівнянь $\begin{cases} ax+(a+6)y=3, \\ x+ay=a-2 \end{cases}$ має безліч розв'язків. Якщо таке значення одне, то запишіть його у відповідь. Якщо таких значень кілька, то у відповідь запишіть їхню суму.

Відповідь: _____

30*. Обчисліть інтеграл $\int\limits_{-2}^{2} |x+1|\,dx$.

Відповідь: _____

Частина 3

Розв'язання до завдань 31—33 повинні містити повне пояснення, записане у вигляді послідовних логічних дій, із посиланням на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо це необхідно, виконайте креслення або побудуйте графік.

31. У правильній трикутній піраміді $ABCD$ із вершиною в точці D сторона основи дорівнює $4\sqrt{3}$ см, а бічна сторона — $\sqrt{21}$ см. У піраміді побудовано переріз, який проходить через середину ребра AB перпендикулярно до цього ребра.

1) Якою фігурою є переріз?
2) Знайдіть площу перерізу, у $см^2$.
3) Знайдіть об'єм піраміди $ABCD$, у $см^3$.

32. Задано функцію $f(x)=4x+\sin 2x$.

1) Визначте проміжки зростання й проміжки спадання функції $f(x)$.
2) Розв'яжіть рівняння $f(x)=2\pi$.
3) Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} 4x+\sin 2x=4y+\sin 2y, \\ 4x-y=6. \end{cases}$

33*. Розв'яжіть нерівність $\log_x\left(\dfrac{4x+5}{6-5x}\right)<-1$.