

### Варіант 10

#### Частина 1

Завдання 1—20 мають по п'ять варіантів відповідей, із яких тільки одна відповідь є правильною. Виберіть правильну, на ваш погляд, відповідь і позначте її в бланку відповідей.

1. Знайдіть значення добутку  $M \cdot N$ , якщо  $M = 2^{\log_2 3}$ ;  $N = 2 \sin \frac{\pi}{4}$ .

А	Б	В	Г	Д
3	$2\sqrt{2}$	$3\sqrt{3}$	$3\sqrt{2}$	6

2. Звільніться від ірраціональності в знаменнику дробу  $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$ .

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt{2}+3$	$2\sqrt{2}+3$	$2(\sqrt{2}+3)$	$\sqrt{2}-3$	$2\sqrt{2}-3$

3. Сума третього й дев'ятого членів арифметичної прогресії дорівнює 8. Знайдіть суму перших 11 членів цієї прогресії.

А	Б	В	Г	Д
44	88	24	48	Інша відповідь

4. Розв'яжіть рівняння  $\sqrt{x-5} + \sqrt{10-x} = 3$ .

А	Б	В	Г	Д
6	9	6 і 9	8	Немає розв'язків

5. Розв'яжіть рівняння  $\sin 3x \cos 2x + \cos 3x \sin 2x = \frac{1}{2}$ .

А	Б	В	Г	Д
$(-1)^n \frac{\pi}{30} + \frac{\pi}{5} n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$(-1)^n \frac{\pi}{30} + \pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$\pm \frac{\pi}{15} + \frac{2}{5} \pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$

6. Швидкість руху тіла задано рівнянням  $v = 3t^2 + 2t$ . Знайдіть шлях, пройдений тілом за 10 с від моменту початку руху.

А	Б	В	Г	Д
3200	320	900	1100	Інша відповідь

7. Знайдіть похідну функції  $y = \frac{1 - \cos 4x}{\sin 4x}$  і обчисліть її значення, якщо

$$x_0 = \frac{\pi}{8}.$$

А	Б	В	Г	Д
-4	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	4	-2

8. Обчисліть значення виразу

$$\operatorname{tg} \left( \arccos \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \arcsin \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \operatorname{arctg} \left( -\sqrt{3} \right) \right).$$

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$

9. Гральний кубик підкидають двічі. Якою є ймовірність того, що під час цих двох кидків випаде різна кількість очок?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{5}{18}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{36}$	0

10. Якщо відстань між містами на місцевості становить 440 км, а масштаб карти  $M = 1:1\,000\,000$ , то відстань між містами на карті дорівнює:

А	Б	В	Г	Д
4,4 см	440 см	0,44 см	44 см	Інша відповідь

11. Визначте, скільки коренів має рівняння  $\frac{|x|}{x} = x$ .

А	Б	В	Г	Д
1	2	3	0	Безліч

12. У банку відкрили рахунок на 1000 грн під 20% річних. Наприкінці кожного з перших двох років зберігання коштів у банку, після нарахування від-

сотків, вкладник додатково вносив ще  $m$  грн. Наприкінці третього року виявилось, що розмір внеску збільшився порівняно з початковим внеском на 30%. Яке з рівнянь відповідає умові задачі?

А	$((1000 \cdot 1,2 + m) \cdot 1,2 + m) \times 1,2 = 1000 \cdot 1,3$
Б	$((1000 \cdot 0,2 + m) \cdot 0,2 + m) \times 0,2 = 1000 \cdot 4$
В	$((1000 \cdot 1,2 + m) \cdot 1,2 + m) \times 1,2 = 1000 \cdot 3$
Г	$((1000 \cdot 0,2 + m) \cdot 0,2 + m) \times 0,2 = 1000 \cdot 3$
Д	$(1000 \cdot 1,2 + m) \times 2 = 1000 \cdot 3$

13. Обчисліть  $49^{1-\log_7 2} + 5^{-\log_5 4}$ .

А	Б	В	Г	Д
12,5	8,25	27,75	41	43

14. У партії з 400 деталей є 270 деталей першого сорту, 60 — другого, 60 — третього й 10 — бракованих. Яка ймовірність того, що навмання взята деталь буде або першого або другого сорту?

А	Б	В	Г	Д
1	$\frac{27}{40}$	$\frac{33}{40}$	$\frac{39}{40}$	$\frac{7}{10}$

15. Довжина дуги кола дорівнює 5 см. Знайдіть довжину хорди, що стягує цю дугу, якщо довжина кола дорівнює 30 см.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{14}{\pi}$ см	7 см	6 см	4 см	$\frac{15}{\pi}$ см

16. Радіус кола, описаного навколо прямокутного трикутника, дорівнює 5 см. Знайдіть катет цього трикутника, якщо другий його катет дорівнює 6 см.

А	Б	В	Г	Д
8 см	4 см	11 см	10 см	5 см

17. Дано многокутник, що має  $n$  сторін. Знайдіть суму зовнішніх кутів многокутника, узятих по одному біля кожної його вершини.

А	Б	В	Г	Д
$180^\circ$	$300^\circ$	$360^\circ$	$90^\circ$	Неможливо визначити

18. Дано вектори  $\vec{a}(3; 0; -3)$ ,  $\vec{b}(4; 2; -4)$ . Знайдіть вектор  $\vec{s} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$ .

А	Б	В	Г	Д
$(2; -3; 1)$	$(-3; 1; 3)$	$(3; 1; -3)$	$(3; 1; 2)$	$(3; 1; -2)$

19. Твірна конуса дорівнює  $l$  і нахилена до площини основи під кутом  $\alpha$ . Визначте відстань від центра основи конуса до твірної.

А	Б	В	Г	Д
$l \sin \alpha$	$l \sin^2 \alpha$	$l \cos^2 \alpha$	$\frac{2l}{\sin 2\alpha}$	$\frac{l}{2} \sin 2\alpha$

20. Два циліндри, радіуси яких відносяться як 2 : 3, мають рівні об'єми. Знайдіть відношення площ бічних поверхонь даних циліндрів.

А	Б	В	Г	Д
2	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	1,5

## Частина 2

У завданнях 21—30 впишіть відповідь і перенесіть її в бланк відповідей.

21. Розв'яжіть систему рівнянь  $\begin{cases} 2^{2+\log_2(x^2+y^2)} = 20, \\ \lg(x^2-y^2) - \lg(x-y) = 0 \end{cases}$  і знайдіть добуток  $x_0 \cdot y_0$  для одержаного розв'язку  $(x_0; y_0)$  системи рівнянь.

Відповідь: \_\_\_\_\_

22. Запишіть найменший додатний розв'язок рівняння  $\sin 4x - \cos 4x \operatorname{tg} 2x = \sqrt{3}$ . Виразіть відповідь у градусах.

Відповідь: \_\_\_\_\_

23. Робітник і учень разом виконують певну роботу за 5 днів. Продуктивність праці робітника на 20% більша від продуктивності праці учня. За скільки днів учень один може виконати цю роботу?

Відповідь: \_\_\_\_\_

24. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями  $y = 2x - x^2$  і  $y = -x$ .

Відповідь: \_\_\_\_\_

25. Із цифр  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  складіть будь-які чотирицифрові числа, що містять цифри 1 і 2. Скільки таких чисел можна скласти?

Відповідь: \_\_\_\_\_

26. Знайдіть площу ромба, якщо його менша діагональ дорівнює 13 см, а висота — 12 см.

Відповідь: \_\_\_\_\_

27. Дано трикутник  $ABC$ . Знайдіть зовнішній кут при вершині  $B$ , якщо  $B(2; -1; -1)$ ,  $A(2; 2; -4)$  і  $C(3; -1; -2)$ . Виразіть його градусну міру.

Відповідь: \_\_\_\_\_

28. Точка  $M$ , рівновіддалена від сторін ромба, розміщується на відстані 2 см від площини ромба. Знайдіть відстань від точки  $M$  до сторін цього ромба (у см), якщо його діагоналі дорівнюють 12 см і 16 см.

Відповідь: \_\_\_\_\_

29\*. Знайдіть  $a$ , якщо відомо, що рівняння  $2x^3 - (a+4)x^2 + 2(a-1)x + a = 0$  має корінь  $x = \frac{1}{2}$ .

Відповідь: \_\_\_\_\_

30\*. При яких значеннях  $m$  система  $\begin{cases} (m+1)x - y = m, \\ (m-3)x + my = -9 \end{cases}$  не має розв'язків? Якщо значень  $m$  кілька, то у відповідь запишіть їхню суму.

Відповідь: \_\_\_\_\_

### Частина 3

Розв'язання до завдань 31—33 повинні містити повне пояснення, записане у вигляді послідовних логічних дій, із посиланням на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо це необхідно, виконайте креслення або побудуйте графік.

31. Радіус кулі, описаної навколо правильної чотирикутної піраміди, дорівнює 1, а радіус уписаної в неї кулі —  $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ . Знайдіть об'єм піраміди.

32. Побудуйте графік функції  $y = \frac{|x|}{x} - 2 \sin|x| \cdot \sin x$ .

33\*. Розв'яжіть нерівність  $\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x} > a$ .